



OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2018

Gara Interregionale – 19 febbraio

Categoria Junior 2

1. Alba e tramonto sulla luna

Se vi trovate sulla Luna, al centro della faccia visibile dalla Terra come indicato nella figura, ogni quanto tempo vedete sorgere il Sole? E ogni quanto tempo vedete sorgere la Terra?



Soluzione

Il giorno lunare (l'intervallo tra due sorgere consecutivi del Sole) è uguale al periodo sinodico della Luna, che vale in media 29.5 giorni, ovvero circa un mese terrestre e corrisponde al periodo delle fasi lunari. Infatti, da un punto al centro della faccia visibile della Luna si vede il sorgere del Sole ogni quello che, visto dalla Terra, è il “primo quarto” di Luna. Dalla vostra posizione vedete quindi sorgere il Sole in media una volta ogni 29.5 giorni. La faccia della Luna visibile da Terra è invece sempre rivolta verso la Terra, a causa della rotazione sincrona. Quindi la Terra apparirà immobile nel cielo della Luna, a parte piccoli effetti dovuti alle librazioni, e non la vedete mai sorgere o tramontare.

2. Pippo va su Marte

Pippo è stato selezionato per il programma spaziale “Mandiamoli su Marte” della TASA (TopoliniA Space Agency) e sta facendo i bagagli. Gli è stato detto che su Marte avrà a disposizione, nella base in costruzione, un mobiletto dove potrà stipare al massimo 23 kg di materiale. Pippo mette nelle valigie 23 kg di bagagli. Topolino, venuto a salutarlo prima della partenza, gli fa notare che ha sbagliato a fare i calcoli. Ha ragione? Perché?

Soluzione

Topolino ha torto, perché Pippo ha fatto i calcoli giusti. Infatti, la massa (cioè la quantità di materia) è la stessa su tutti i pianeti, in questo caso su Terra e Marte. La quantità che dipende dal pianeta (in particolare dalla sua accelerazione di gravità) è invece il peso, che su Marte (a parità di massa) è circa un terzo del peso sulla Terra.

3. Orbite Concentriche

Due pianeti A e B si muovono di moto circolare uniforme lungo due orbite concentriche con periodi, rispettivamente, $T_A = 224.70$ giorni e $T_B = 686.97$ giorni. Se i due pianeti si muovono nello stesso senso, ogni quanto tempo si troveranno allineati con il Sole, dalla stessa parte rispetto a esso? Se invece uno dei due si muovesse in senso opposto rispetto all'altro, dopo quanto tempo si verificherebbe l'allineamento?

Soluzione

Le velocità angolari dei due pianeti saranno, rispettivamente:

$$\omega_A = \frac{2\pi}{T_A} \quad \text{e} \quad \omega_B = \frac{2\pi}{T_B}$$

Ipotizzando che all'istante $t = 0$ i due pianeti siano allineati con il Sole, dalla stessa parte rispetto a esso, all'istante generico t i due pianeti avranno descritto archi di ampiezza:

$$\theta_A = \omega_A t \quad \text{e} \quad \theta_B = \omega_B t$$

I due pianeti si troveranno di nuovo allineati, dalla stessa parte rispetto al Sole, quando:

$$\theta_A - \theta_B = 2\pi$$

$$\text{da cui: } (\omega_A - \omega_B) t = 2\pi \quad \text{e quindi:} \quad t = \frac{2\pi}{\omega_A - \omega_B}$$

$$t = \frac{1}{\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B}} = \frac{T_A T_B}{T_B - T_A} = \frac{224.70 \cdot 686.97}{686.97 - 224.70} = \frac{154362}{462.27} = 333.92 \text{ giorni}$$

Si osservi che i due pianeti sono Venere e Marte e che il periodo ricavato è il loro periodo sinodico, cioè il tempo necessario per avere due congiunzioni consecutive Venere-Sole viste da Marte ovvero il tempo necessario per avere due opposizioni consecutive di Marte viste da Venere.

Se uno dei due pianeti si muove in senso opposto rispetto all'altro, l'allineamento si avrà dopo:

$$t = \frac{1}{\frac{1}{T_A} + \frac{1}{T_B}} = \frac{T_A T_B}{T_B + T_A} = \frac{224.70 \cdot 686.97}{686.97 + 224.70} = \frac{154362}{922.67} = 169.32 \text{ giorni}$$

4. L'altezza del Sole

Calcolare l'altezza massima del Sole sull'orizzonte al solstizio d'estate per un osservatore posto:

- al Polo Nord,
- al tropico del Cancro,
- all'equatore,
- al tropico del Capricorno.

Soluzione

Detta φ la latitudine dell'osservatore e δ la declinazione di un corpo celeste, per l'altezza massima sull'orizzonte vale la relazione:

$$h_{\max} = 90^\circ - \varphi + \delta$$

La declinazione del Sole al solstizio d'estate è pari all'obliquità dell'eclittica, che vale attualmente $+23^\circ 27'$

Avremo quindi:

- Polo Nord ($\varphi = +90^\circ$): $h_{\max\text{Sole}} = 90^\circ - 90^\circ + 23^\circ 27' = +23^\circ 27'$
- tropico del Cancro ($\varphi = +23^\circ 27'$) $h_{\max\text{Sole}} = 90^\circ - 23^\circ 27' + 23^\circ 27' = 90^\circ$
- equatore ($\varphi = 0^\circ$) $h_{\max\text{Sole}} = 90^\circ - 0^\circ + 23^\circ 27' = +113^\circ 27' = 66^\circ 33' (*)$
- tropico del Capricorno ($\varphi = -23^\circ 27'$) $h_{\max\text{Sole}} = 90^\circ - 23^\circ 27' - 23^\circ 27' = +43^\circ 6' (**)$

(*) L'altezza massima del Sole che si ottiene con questa formula è calcolata dall'orizzonte in direzione sud. Un risultato maggiore di 90° significa che il Sole si trova oltre lo zenith, quindi in direzione dell'orizzonte nord. L'altezza massima sull'orizzonte in direzione nord è data da $h_{\max_nord} = 180^\circ - h_{\max_sud}$. All'equatore il Sole culmina allo zenith agli equinozi, mentre al solstizio d'estate culmina verso nord.

(**) Il valore cercato è equivalente all'altezza massima del Sole al tropico del Cancro al solstizio d'inverno.

5. Cinematica terrestre

La Terra impiega circa 23 ore e 56 minuti per compiere una rotazione completa attorno al proprio asse.

- Con quale velocità tangenziale si muove un punto all'equatore per effetto della rotazione della Terra?
- Quanto vale l'accelerazione centripeta che agisce su questo punto?
- Quale forza centripeta agisce su un corpo di massa 1.3 kg all'equatore?

Soluzione

- La lunghezza dell'equatore della Terra è: $C = 2\pi R_T = 6.283 \cdot 6378 \text{ km} \cong 40070 \text{ km}$

La velocità tangenziale di un punto all'equatore vale quindi:

$$v = \frac{C}{T} = \frac{40070 \text{ km}}{86160 \text{ s}} = 0.4651 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 465.1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1674 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

- L'accelerazione centripeta vale:

$$a_C = \frac{v^2}{R} = \frac{(465.1)^2}{6378000} = 33.92 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- La forza centripeta che agisce su un corpo di massa $m = 1.3 \text{ kg}$ vale:

$$F_C = m \cdot a_C = 44.09 \cdot 10^{-3} \text{ N.}$$