



OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2019

Gara Interregionale – 14 febbraio

Categoria Junior 1

1. Le leggi di Keplero. Completate il testo

La I^a legge afferma che le orbite dei pianeti del Sistema Solare sono delle (1) _____ e che il (2) _____ occupa uno dei due fuochi. La II^a legge afferma che il segmento che unisce un pianeta al Sole descrive aree uguali in (3) _____ uguali, di conseguenza un pianeta si muove più (4) _____ lungo la sua orbita quando è più vicino al Sole. La III^a legge afferma che il quadrato del periodo orbitale è proporzionale al cubo della distanza dal Sole; quindi i pianeti esterni hanno periodi orbitali più (5) _____ rispetto ai pianeti interni.

Soluzione.

(1) ellissi, (2) Sole, (3) tempi, (4) velocemente, (5) lunghi

2. Una Terra più grande

Quanto valgono la massa e l'accelerazione di gravità sulla superficie di un pianeta che ha la stessa densità della Terra, ma raggio doppio del raggio terrestre?

Soluzione.

Densità (ρ) e accelerazione di gravità (g) sono date da:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3 \cdot M}{4\pi \cdot R^3} \quad \text{e} \quad g = \frac{G \cdot M}{R^2}$$

Indicando con R il raggio, sappiamo che la densità del pianeta è uguale a quella della Terra ($\rho_P = \rho_T$), mentre il raggio del pianeta è il doppio di quello della Terra ($R_P = 2R_T$), da cui:

$$\rho_T = \rho_P \rightarrow \frac{3 \cdot M_T}{4\pi \cdot R_T^3} = \frac{3 \cdot M_P}{4\pi \cdot R_P^3} \rightarrow \frac{M_T}{R_T^3} = \frac{M_P}{R_P^3} \rightarrow \frac{M_T}{R_T^3} = \frac{M_P}{8R_T^3} \rightarrow M_P = 8M_T \cong 4.78 \cdot 10^{25} \text{ kg}$$
$$g_P = \frac{G \cdot M_P}{R_P^2} = \frac{G \cdot 8M_T}{4R_T^2} = 2 \cdot \frac{G \cdot M_T}{R_T^2} = 2 \cdot g_T = 2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cong 19.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

L'accelerazione di gravità su un pianeta che ha la stessa densità della Terra e raggio doppio del raggio terrestre è il doppio dell'accelerazione di gravità terrestre.

3. Un pianeta con i baffi

Sul pianeta Felix-1534, distante 4000 anni luce dalla Terra, vive una popolazione di gatti che mirano a conquistare la Terra con il sostegno dei gatti terrestri. I gatti felixani inviano una comunicazione radio che arriva alla gattina Karel sulla Terra il 14 febbraio 2019, avvisando che si metteranno in viaggio verso la Terra dopo aver ricevuto la risposta dei gatti terrestri via radio. Considerando che le astronavi dei gatti di Felix-1534 viaggiano a $\frac{1}{100}$ della velocità della luce, se Karel invia immediatamente la risposta, dopo quanto tempo arriveranno sulla Terra i gatti conquistatori?

Soluzione.

Per le comunicazioni vengono utilizzate le onde radio che, come tutte le onde elettromagnetiche, viaggiano alla velocità della luce. Pertanto, quando Karel manda la sua risposta sa che essa impiegherà $T_{\text{risposta}} = 4000$ anni per raggiungere Felix-1534. Se i gatti partono non appena la ricevono, viaggiando a $v = \frac{c}{100}$ impiegheranno per raggiungere la Terra 100 volte più tempo del segnale radio: $T_{\text{viaggio}} = 100 \cdot 4000 = 400 \cdot 10^3$ anni. Quindi Karel si aspetta che i gatti conquistatori arrivino sulla Terra dopo $T = T_{\text{risposta}} + T_{\text{viaggio}} = 4000 + 400000$ anni = 404000 anni. Nota: a velocità $v = \frac{c}{100}$ si possono trascurare gli effetti relativistici.

4. Una nuova cometa

È stato annunciato l'arrivo di una cometa la cui declinazione è $\delta = -20^\circ$. Può un osservatore che si trova alla latitudine $\varphi = 80^\circ$ N osservare la cometa?

Soluzione.

L'altezza massima sull'orizzonte che può raggiungere un oggetto celeste è data da:

$$h_{\max} = 90^\circ - \varphi + \delta \quad (1)$$

Per la cometa e l'osservatore avremo:

$$h_{\max} = 90^\circ - \varphi + \delta = 90^\circ - 80^\circ - 20^\circ = -10^\circ$$

Da una località a latitudine $\varphi = 80^\circ$ la nuova cometa rimane sempre sotto l'orizzonte locale e non è quindi osservabile.

Ponendo $h_{\max} = 0$ nell'equazione (1), vediamo che affinché un oggetto con declinazione δ risulti, nel corso del suo moto diurno, visibile da una località con latitudine φ deve essere:

$$\delta > \varphi - 90^\circ$$

ma essendo $\varphi - 90^\circ = -10$, ricaviamo che la cometa rimane sempre sotto l'orizzonte dell'osservatore.

5. Superman o Apollo?

Si sostiene che Superman sia più veloce di un proiettile. Poiché un proiettile ha una velocità di circa 700 m/s, supponiamo che Superman possa volare a 1000 m/s. A questa velocità, quante ore impiegherebbe Superman per:

1. compiere un giro completo attorno all'equatore della Terra (assumendola sferica)?
2. raggiungere la Luna al perigeo?

Considerando che gli astronauti delle missioni Apollo hanno impiegato circa 3 giorni per raggiungere la Luna, erano più veloci gli astronauti delle missioni Apollo o Superman?

Soluzione.

La velocità di Superman è: $v_{\text{superman}} = 1000 \text{ m/s} = 1 \text{ km/s} = 3600 \text{ km/h}$

1. La circonferenza terrestre all'equatore (C_{equatore}) è:

$$C_{\text{equatore}} = 2\pi \cdot R_T = 2\pi \cdot 6378 \text{ km} \cong 40070 \text{ km}$$

da cui

$$t_{\text{equatore}} = \frac{C_{\text{equatore}}}{v_{\text{superman}}} = \frac{40070 \text{ km}}{3600 \text{ km/h}} \cong 11.13 \text{ h}$$

2. Dati semiasse maggiore (a) ed eccentricità (e) dell'orbita lunare, la distanza della Luna al perigeo (L_{Luna}) è:

$$d_{\text{Luna}} = a(1 - e) = 384.4 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot (1 - 0.0549) = 384.4 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot 0.9451 = 363.3 \cdot 10^3 \text{ km}$$

da cui

$$t_{\text{Luna}} = \frac{d_{\text{Luna}}}{v_{\text{superman}}} = \frac{363.3 \cdot 10^3 \text{ km}}{3600 \text{ km/h}} \cong 100.9 \text{ h} \cong 4.204 \text{ giorni}$$

Superman ha bisogno di poco più di 11 ore per compiere un giro attorno alla Terra e di poco più di 4 giorni per raggiungere la Luna al perigeo. Le missioni Apollo hanno raggiunto la Luna in circa 3 giorni: possiamo quindi dire che gli astronauti delle missioni Apollo hanno viaggiato più veloci di Superman!



Olimpiadi Italiane di Astronomia 2019

Gara Interregionale – 14/15 febbraio 2019

Alcuni dati di interesse

Tabella 1 – Sole

| | | | |
|-----------------------------------|-------------------------|--|------------------------|
| Raggio medio | 695475 km | Età stimata | $4.57 \cdot 10^9$ anni |
| Massa | $1.99 \cdot 10^{30}$ kg | Classe spettrale | G2 V |
| Temperatura della fotosfera | 5778 K | Posizione nel diagramma HR | Sequenza Principale |
| Magnitudine apparente dalla Terra | - 26.74 | Distanza media dal centro galattico | 27000 anni luce |
| Magnitudine assoluta | + 4.83 | Periodo di rivoluzione intorno al centro galattico | $2.5 \cdot 10^8$ anni |

Tabella 2 – Sistema Solare

| | Mercurio | Venere | Terra | Luna | Marte | Giove | Saturno | Urano | Nettuno |
|-------------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Raggio medio (km) | 2440 | 6052 | 6378 | 1738 | 3397 | 71493 | 60267 | 25557 | 24766 |
| Massa (kg) | $3.30 \cdot 10^{23}$ | $4.87 \cdot 10^{24}$ | $5.97 \cdot 10^{24}$ | $7.35 \cdot 10^{22}$ | $6.42 \cdot 10^{23}$ | $1.90 \cdot 10^{27}$ | $5.69 \cdot 10^{26}$ | $8.68 \cdot 10^{25}$ | $1.02 \cdot 10^{26}$ |
| Semiassse maggiore dell'orbita (km) | $57.91 \cdot 10^6$ | $108.2 \cdot 10^6$ | $149.6 \cdot 10^6$ | $384.4 \cdot 10^3$ | $227.9 \cdot 10^6$ | $778.4 \cdot 10^6$ | $1.427 \cdot 10^9$ | $2.871 \cdot 10^9$ | $4.498 \cdot 10^9$ |
| Periodo orbitale | 87.969 ^g | 224.70 ^g | 365.26 ^g | 27.322 ^g | 686.97 ^g | 11.863 ^a | 29.447 ^a | 84.017 ^a | 164.79 ^a |
| Eccentricità dell'orbita | 0.2056 | 0.0068 | 0.0167 | 0.0549 | 0.0934 | 0.0484 | 0.0542 | 0.0472 | 0.0086 |
| Tipo | roccioso | roccioso | roccioso | roccioso | roccioso | gassoso | gassoso | gassoso | gassoso |

Tabella 3 – Area della superficie e volume per figure geometriche notevoli

| area ellisse | area superficie sfera | area superficie cilindro | volume sfera | volume cilindro |
|-----------------------|-----------------------|----------------------------|-----------------------|-------------------------|
| $\pi \cdot a \cdot b$ | $4\pi \cdot R^2$ | $2\pi \cdot R \cdot (h+R)$ | $(4/3) \pi \cdot R^3$ | $\pi \cdot R^2 \cdot h$ |

Tabella 4 – Costanti fisiche

| Nome | Simbolo | Valore | Unità di misura |
|--|----------|------------------------|----------------------------------|
| Costante di Stefan-Boltzmann | σ | $5.670 \cdot 10^{-8}$ | $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ |
| Velocità della luce nel vuoto | c | 299792 | $km \cdot s^{-1}$ |
| Costante di Gravitazione Universale | G | $6.674 \cdot 10^{-11}$ | $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$ |
| Accelerazione di gravità sulla Terra al livello del mare | g | 9.807 | $m \cdot s^{-2}$ |

Tabella 5 – Formule per i triangoli rettangoli

| |
|---|
| |
| <p>Teorema di Pitagora: $c^2 = a^2 + b^2$</p> <p>Funzioni trigonometriche: $a = c \sin \beta$ $a = c \cos \alpha$ $a = b \tan \beta$</p> |

Tabella 6 – Fattori di conversione

| |
|--|
| 1 anno luce = $9461 \cdot 10^9$ km = 0.3066 parsec = 63242 UA |
| 1 parsec = $30857 \cdot 10^9$ km = 3.262 anni luce = 206265 UA |
| 1 radiante $\cong 57^\circ 17' 45'' \cong 206265''$ |
| M (Mega) = 10^6 |
| G (Giga) = 10^9 |
| μ (micro) = 10^{-6} |
| n (nano) = 10^{-9} |
| Å (angstrom) = 10^{-10} m |

Nota: I valori numerici presenti nelle tabelle sono in notazione scientifica.